вел. Здесь можно отметить упрощение самого процесса создания, связывания состояний, высокая вариативность путей, унификации процесса перехода к следующему состоянию.

Литература
1. Молодость. Интеллект. Инициатива: материалы II Международной научно-практической конференции студентов и магистрантов, Витебск, 17-18 апреля 2014 г. / Вит. гос. ун-т; редком. И.М. Прищепа (гл. ред.) [и др.]. – Витебск: ВГУ имени П.М. Машерова, 2014. – 441 с.
2. Осипов, Д. Графика в проектах Delphi / Д. Осипов. – СПб: Символ Плюс, 2008. – 648 с.: цв. ил.

## РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ В МОДЕЛЯХ ПОПУЛЯЦИЙ И ФИНАНСОВЫХ РАСЧЕТАХ

***Мазурова А.В.***
*студентка 1 курса ГрГУ имени Я. Купалы, г. Гродно, Республика Беларусь*
Научный руководитель – Сетько Е.А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Разностные уравнения в отличии от дифференциальных, которые описывают непрерывные процессы, используются для описания дискретных процессов. Таким образом, область их применения может быть весьма широкой, ведь разностные уравнения помогают описать происходящие изменения за фиксированный период относительно предыдущего значения.

Цель исследования – изучение и применение аппарата разностных уравнений, которые находят многообразные приложения в естествознании при моделировании поведения систем различной природы тогда, когда рассматриваемая величина регистрируется через некоторые (как правило, равные) промежутки времени.

**Материал и методы.** Как пример широкого использования разностных уравнений можно привести описание изменений в биологических моделях популяций и математике финансов. Разностное уравнение – уравнение, которое связывает между собой значения $x_n$, при различных значениях индекса $n$.

В качестве материала в статье рассматриваются разностные уравнения первого порядка, которые применяется для решения учебных задач, предлагаемых для самостоятельного изучения [1].

**Задача 1**. Рост бактериальной культуры в питательной среде замеряется каждые два часа. Оказалось, что при каждом измерении популяция бактерий увеличивалась на 25% по сравнению с предыдущим измерением. Необходимо описать этот процесс роста с помощью разностного уравнения для размера популяции по прошествии n часов роста и найти $x_2$ и $x_4$ если $x_0$ = 1600.

Решение: так как изменения в численности популяции бактерии происходят в течение двух часов, то прирост популяции за $n+2$ часов будет величиной:

$$x_{n+2} = x_n + 0{,}25x_n = (1+0{,}25)x_n$$

Это и есть искомое разностное уравнение.

Так как наивысшая степень разности – $n+2$ , то это разностное уравнение второго порядка.

Пусть $n=0$, тогда, подставляя значение n в исходную формулу, получим:

$$x_2 = (1{,}25)x_0 = 1{,}25 \cdot 1600 = 2000.$$

Пусть $n=2$, тогда, подставляя значение n в исходную формулу, получим:

$$x_4 = (1{,}25)x_2 = 1{,}25 \cdot 2000 = 2500.$$

Ответ: $x_{n+2} = (1+0{,}25)x_n$, $x_2$ = 2000; $x_4$ = 2500.

**Задача 2**. Согласно оценкам, накопление мусора и отбросов на душу населения Соединенных Штатов составляет 5 фунтов в день; этот показатель растет с темпом 4% в год. Определив $x_n$ как среднее ежедневное накопление мусора на душу населения в $n$-ом году, начиная с текущего, необходимо описать с помощью разностного уравнения этот процесс роста, найти $x_2$, $x_4$.

Решение: так как показатель растёт каждый года на 4%, то $x_{n+1}$ будет рассчитываться по формуле:

$$x_{n+1} = x_n + 0{,}04x_n = (1+0{,}04)x_n\ .$$

Пусть n=0, тогда, подставляя значение n в исходную формулу, получим: $x_1 = 1{,}04x_0 = 1{,}04 \cdot 5 = 5{,}2$ (т.к. изначально показатель накопление мусора и отбросов на душу население составлял 5 фунтов в день, то $x_0$ = 1).

Аналогично:

$x_2 = 1{,}04x_1 = 1{,}04 \cdot 5{,}2 = 5{,}408.$

$x_3 = 1{,}04x_2 = 1{,}04 \cdot 5{,}408 = 5{,}624\ .$

$x_4 = 1{,}04x_3 = 1{,}04 \cdot 5{,}624 = 5{,}849\ .$

Сравним полученные данные с ситуацией в нашей республике. Согласно статистике [3], количество твёрдых коммунальных отходов на душу населения Беларуси составляет 1кг в день на 2013 год; этот показатель растет в среднем с темпом 5% в год. Определим $x_n$ как среднее ежедневное накопление мусора на душу населения в n-ом году, начиная с текущего. Тогда, так как показатель растёт каждый года на 5%, то $x_{n+1}$ будет рассчитываться по формуле:

$$x_{n+1} = x_n + 0{,}05x_n = (1+0{,}05)x_n .$$

Пусть n=0, тогда, подставляя значение n в исходную формулу, получим: $x_1 = 1{,}05x_0 = 1{,}05 \cdot 1 = 1{,}05$(т.к. изначально показатель накопление мусора и отбросов на душу население составлял 1кг в день, то $x_0 = 1$).

Аналогично:

$x_2 = 1{,}05x_1 = 1{,}05 \cdot 1{,}05 = 1{,}103$.

$x_3 = 1{,}05x_2 = 1{,}05 \cdot 1{,}1025 = 1{,}158$.

$x_4 = 1{,}05x_3 = 1{,}05 \cdot 1{,}158 = 1{,}216$.

Также если вспомнить формулу начисления сложных процентов, то можно заметить её прямую связь с разностными уравнениями [2]. Суть сложных процентов заключается в том, что каждый последующий период процент начисляется не на первоначальную сумму, а на уже накопившуюся, и его формула выглядит следующим образом:

$$S = (1+r)^n P,$$

где P – первоначальная сумма, S – наращенная сумма по истечению n-ого периода, *r* – процент за *n*-ый период.

Если S представить как $x_n$, а P как $x_0$ то исходная формула примет вид:

$$x_n = (1+r)^n x_0.$$

Это формула для решения однородного разностного уравнения первого порядка вида:

$$x_{n+1} = (1+r)x_n.$$

**Задача 3**. Определить наращенную сумму вклада в 3 тыс. руб. при сроке вклада 2 года по номинальной процентной ставке 40% годовых. Начисление процентов производится: а) раз в год; б) по полугодиям; в) поквартально.

Решение:

а) подставим имеющиеся значения в формулу и получиться:

$$S = (1+r)^n P = (1+0{,}4)^2 3 = 5{,}88 .$$

б) так как начисление будет производиться по полугодиям, то r = 0.4/2 = 0.2, а n = 4, тогда имеем:

$$S = (1+r)^n P = (1+0{,}2)^4 3 = 6{,}221 .$$

в) так как начисление будет производиться поквартально, то r = 0.4/4 = 0.1, а n = 8, тогда имеем:

$$S = (1+r)^n P = (1+0{,}1)^8 3 = 6{,}431 .$$

Ответ: $S_1$ = 5.88; $S_2$ = 5.221; $S_3$ = 5.431.

**Заключение:** Таким образом, несмотря на большую популярность дифференциальных уравнений, существует огромное множество ситуаций, где важны изменения через фиксированный период. Особенно часто такие ситуации встречаются в экономике и биологии.

Литература


1. Гроссман, С. Математика для биологов/ С. Гроссман, Дж. Тернер. – М.: Высшая школа, 1983. – 383 с.
2. Григорьев, А.В. Финансовая математика [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.tsuab.ru/upload/files/additional/Finansovaya_matematika_UchPos_file_3216_1786_5106.pdf. - Дата доступа: 25.02.2018
3. Национальный статистический комитет Республики Беларусь [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://www.belstat.gov.by/ofitsialnaya-statistika/makroekonomika-i-okruzhayushchaya-sreda/okruzhayuschaya-sreda/sovmestnaya-sistema-ekologicheskoi-informatsii2/i-othody/i-1-obrazovanie-othodov/. – Дата доступа: 25.02.2018


## ЗАЩИТА ФАЙЛОВОГО АРХИВА


***Манько Н.В.***

*студент 4 курса ВГУ имени П.М. Машерова, г. Витебск, Республика Беларусь*

Научный руководитель – Яковлев В.П., канд. техн. наук, доцент


Людям свойственно защищать свои секреты. Развитие информационных технологий, их проникновение во все сферы человеческой деятельности приводит к тому, что проблемы информационной безопасности с каждым годом становятся всё более и более актуальными – и одновременно более сложными. Технологии обработки информации непрерывно совершенствуются, а вместе с ними меняются и практические методы обеспечения информационной безопасности. На данный момент существует множество внешних ресурсов, способных защищать информацию.